

Autenticação por par de chaves assimétricas

Bruno Follmann

1

Criptografia assimétrica

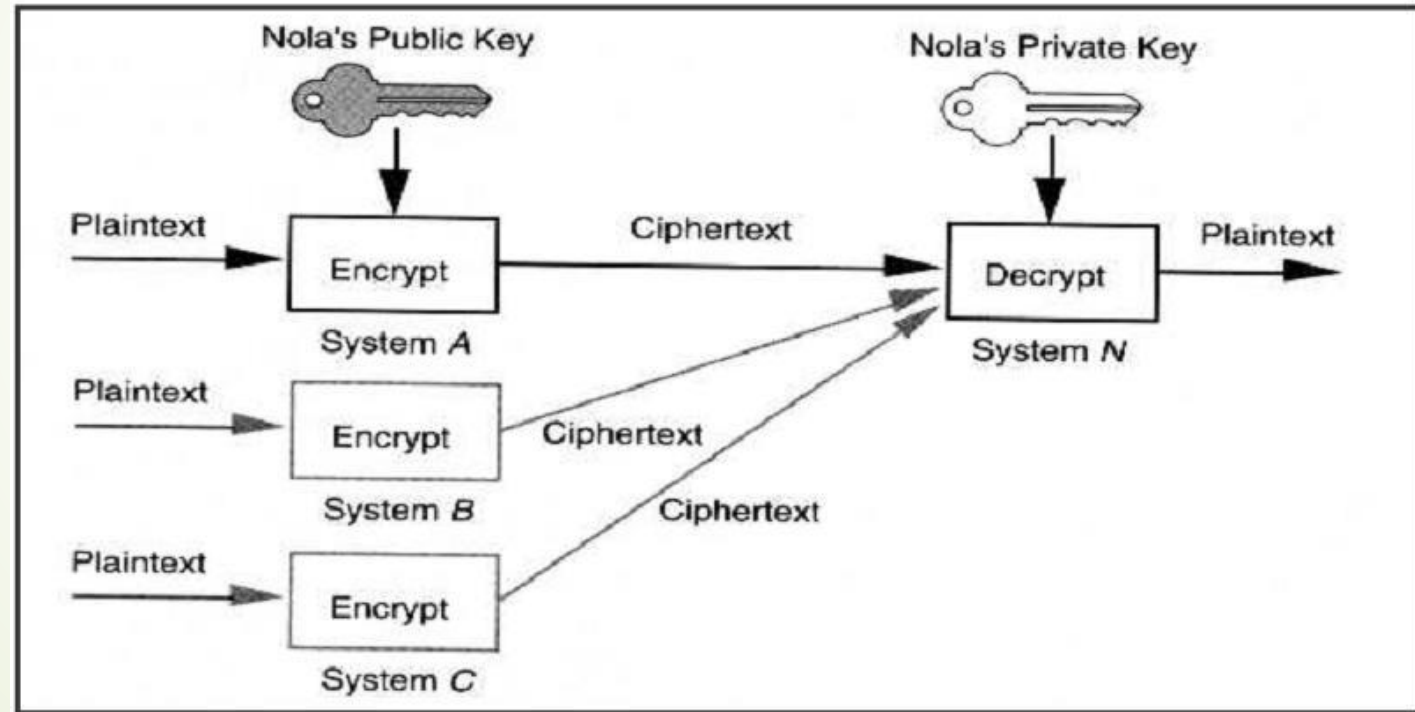
- Criada em 1976 por Diffie e Hellman;
- Também chamada de criptografia de chave pública;
- Sistema para cifrar e decifrar uma mensagem com duas chaves distintas;
- A chave pública pode ser divulgada e a privada deve ser mantida em segredo;
- Se uma mensagem for cifrada com uma das chaves, só pode ser decifrada pela outra.

Criptografia assimétrica

- ▶ Não substitui a criptografia simétrica;
- ▶ É uma técnica lenta e vulnerável a alguns ataques;
- ▶ Geralmente, criptografia assimétrica é usada para distribuir chaves simétricas;
- ▶ O originador gera uma chave simétrica e cifra a mesma usando a chave pública (assimétrica) do receptor;
- ▶ Só poderá decifrar a mensagem quem tiver a chave assimétrica do receptor;
- ▶ Assim, obtém-se a chave simétrica e ela pode ser usada para comunicação.

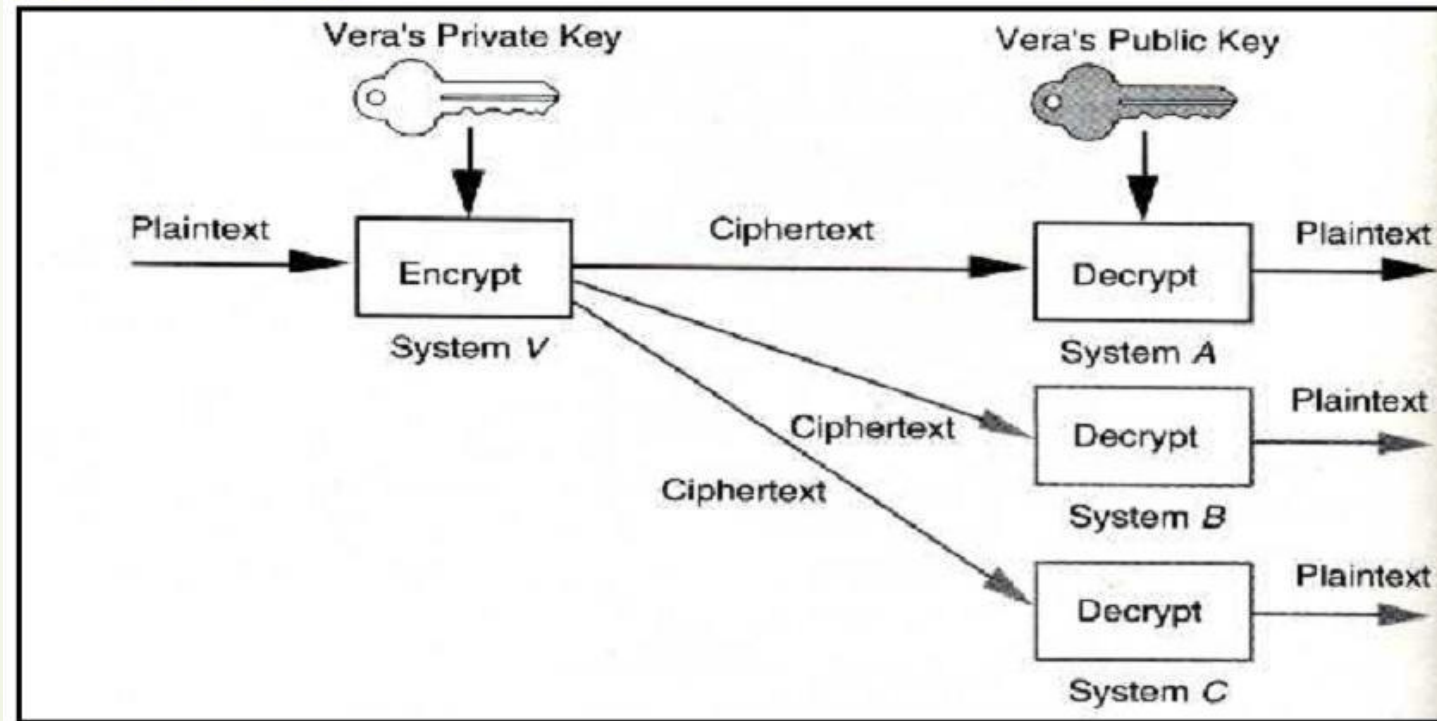
Criptografia assimétrica

Confidencialidade



Criptografia assimétrica

Autenticação



Geração de um par de chaves

- Geradas por um par de números aleatórios;
- Essa criptografia é possível pois há um relacionamento matemático entre as chaves;
- Há diversas técnicas possíveis;
- Como já mencionado, a primeira foi o protocolo de Diffie-Hellman.

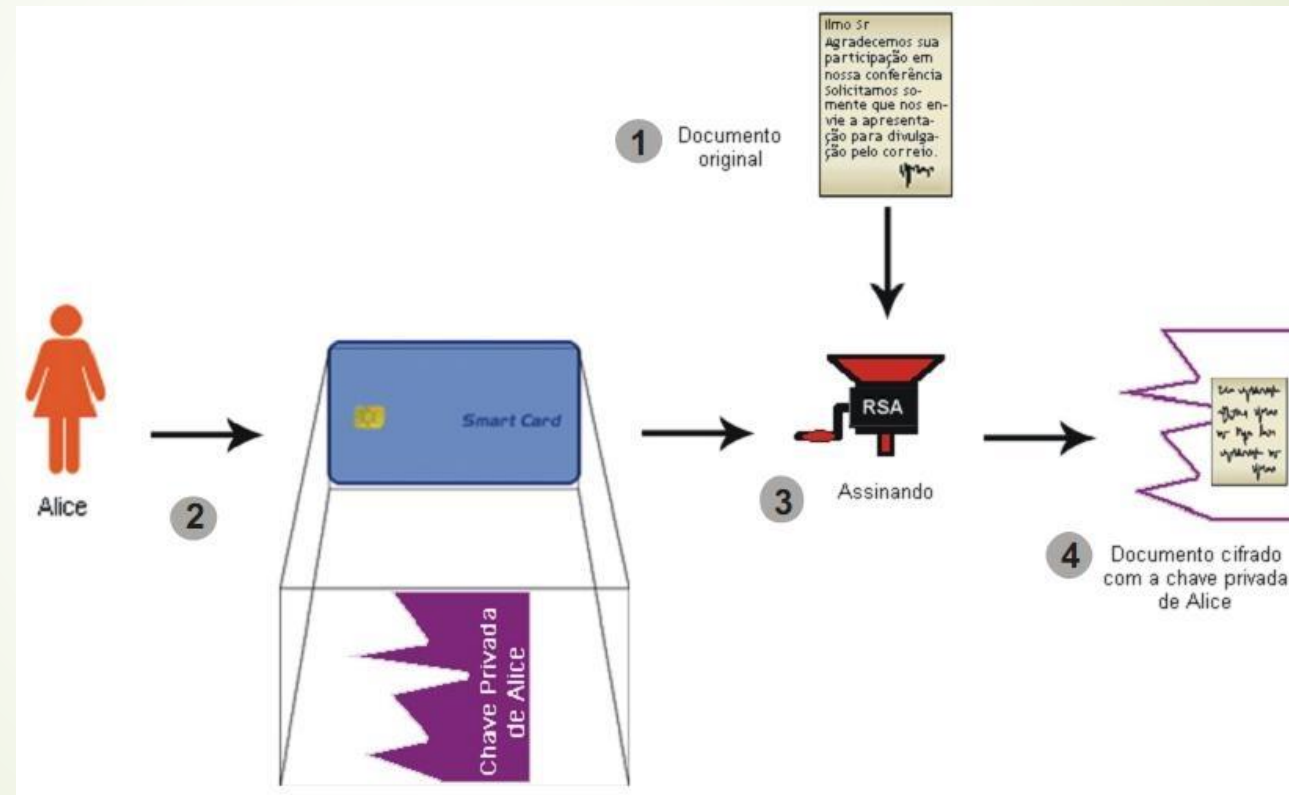
- ▶ Alice e Beto entram em acordo para usar um número primo $p=23$ e como base $g=5$ (que é raiz primitiva módulo 23).
- ▶ Alice escolhe um inteiro secreto $a=6$, e então envia a Beto $A = g^a \bmod p$
 - ▶ $A = 5^6 \bmod 23$
 - ▶ $A = 15.625 \bmod 23$
 - ▶ $A = 8$
- ▶ Beto escolhe um inteiro secreto $b=15$, e então envia a Alice $B = g^b \bmod p$
 - ▶ $B = 5^{15} \bmod 23$
 - ▶ $B = 30.517.578.125 \bmod 23$
 - ▶ $B = 19$
- ▶ Alice calcula $s = B^a \bmod p$
 - ▶ $s = 19^6 \bmod 23$
 - ▶ $s = 47.045.881 \bmod 23$
 - ▶ $s = 2$

- ▶ Beto computa $s = A^b \bmod p$
 - ▶ $s = 8^{15} \bmod 23$
 - ▶ $s = \mathbf{35.184.372.088.832} \bmod 23$
 - ▶ $s = \mathbf{2}$
- ▶ Alice e Beto compartilham agora uma chave secreta: $s = \mathbf{2}$. Isto é possível porque $6 \cdot 15$ é o mesmo que $15 \cdot 6$. Alguém que tenha descoberto estes dois inteiros privados também será capaz de calcular s da seguinte maneira:
 - ▶ $s = 5^{6 \cdot 15} \bmod 23$
 - ▶ $s = 5^{15 \cdot 6} \bmod 23$
 - ▶ $s = 5^{90} \bmod 23$
 - ▶ $s = \mathbf{807.793.566.946.316.088.741.610.050.849.573.099.185.363.389.551.639.556.884.765.625} \bmod 23$
 - ▶ $s = \mathbf{2}$

Algoritmo RSA

- ▶ É a base da maioria das aplicações que empregam criptografia assimétrica;
 1. Escolha dois números primos extensos, p e q , de ordem mínima 10^{100} ;
 2. Calcule $n = p \times q$;
 3. $z = (p - 1) \times (q - 1)$;
 4. Escolha um número relativamente primo em relação a "z" e chame-o de "e";
 5. Encontre "d" de forma que $d = e^{-1} \pmod{z}$. ("mod" é o resto inteiro da divisão).
- ▶ Portanto, a chave pública (KU) consiste em $KU = \{e, n\}$ e a chave privada (KR) consiste em $KR = \{d, n\}$.

Cifrando com a chave privada



Cifrando com a chave privada

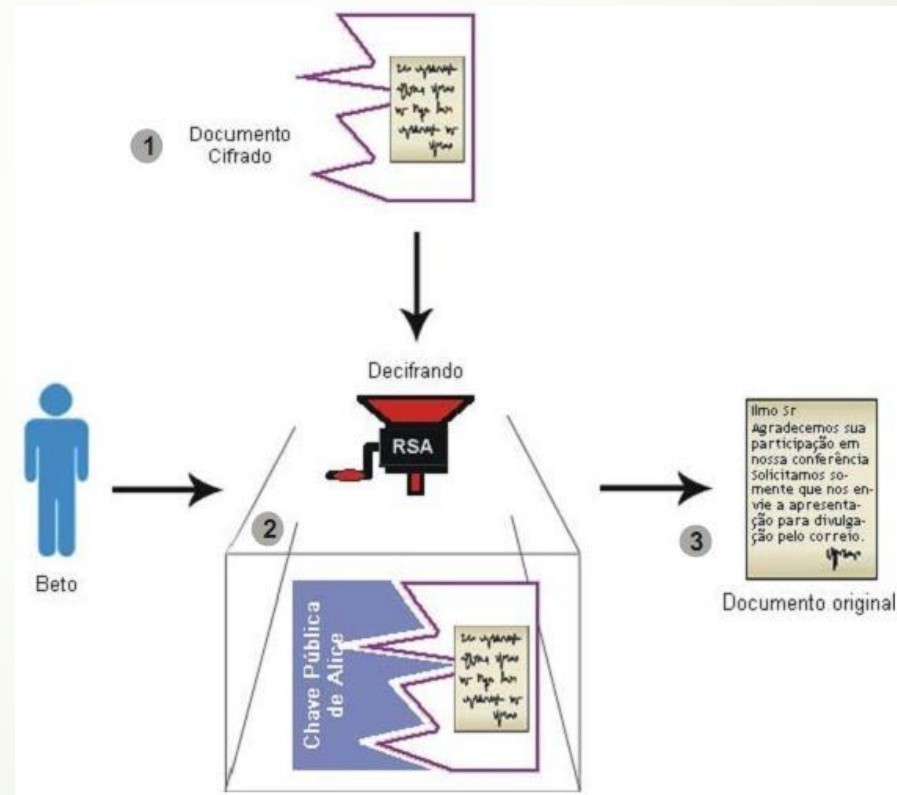
A função RSA para cifrar, utilizando a chave privada, é a seguinte:

$$C = M^d \pmod{n}$$

Onde:

- C = texto cifrado;
- M = texto plano;
- "d" e "n" são a chave privada $KR = \{d,n\}$.

Decifrando com a chave pública



Decifrando com a chave pública

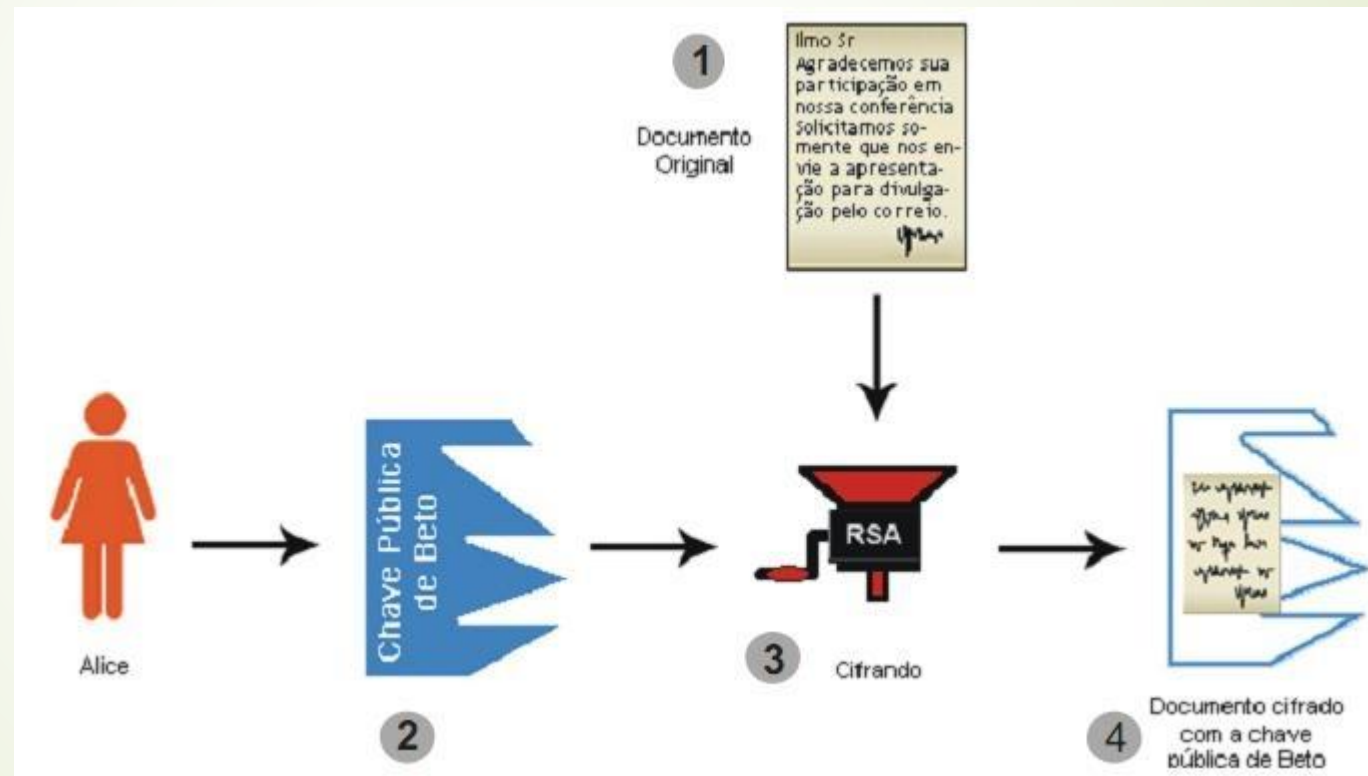
A função RSA para decifrar, utilizando a chave pública, é a seguinte:

$$M = C^e \pmod{n}$$

Onde:

- M = texto plano
- C = texto cifrado
- “ e ” e “ n ” são a chave pública $KU = \{e, n\}$.

Cifrando com a chave pública



Cifrando com a chave pública

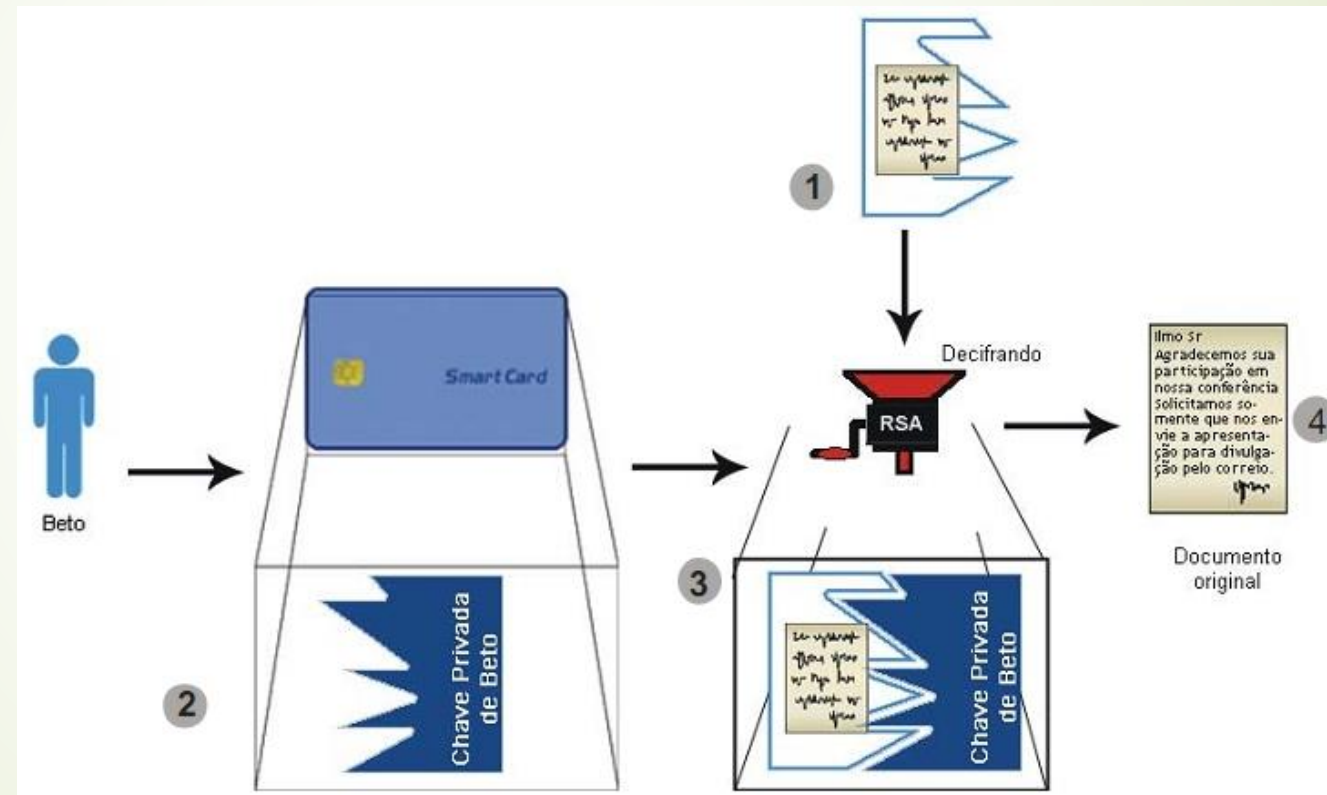
A função RSA para cifrar, utilizando a chave pública, é a seguinte:

$$C = M^e \pmod{n}$$

Onde:

- ▶ C = texto cifrado
- ▶ M = texto plano
- ▶ “ e ” e “ n ” são a chave pública $KU = \{e, n\}$ do destinatário.

Decifrando com a chave privada



Decifrando com a chave privada

A função RSA para decifrar, utilizando a chave privada, é a seguinte:

$$M = C^d \pmod{n}$$

Onde:

- M = texto plano
- C = texto cifrado
- “ d ” e “ n ” são a chave privada $KR = \{d,n\}$.

- Números primos: $p = 61$ e $q = 53$;
- $n = 61 \times 53 = 3233$;
- $z = (61 - 1)(53 - 1) = 3120$;
- Escolhe-se $e = 17$, pois é coprimo de 3120;
- $d = e^{-1} \pmod{z} = 2753$;
- Chave pública: ($n = 3233$, $e = 17$);
 - Para uma mensagem em texto simples m , a encriptação: $c(m) = m^{17} \pmod{3233}$;
- Chave privada: ($d = 2753$);
 - Para uma mensagem em texto cifrado c , a decipção: $m(c) = m^{2753} \pmod{3233}$;
- Assim, se o objetivo fosse encriptar e deciptrar $m = 65$:
 - $c(65) = 65^{17} \pmod{3233} = 2790$;
 - $m(2790) = 2790^{2753} \pmod{3233} = 65$.

Criptografia assimétrica

- O texto cifrado é do mesmo tamanho que o texto plano;
- Utiliza funções exponenciais para cifrar e decifrar, o que a torna lenta;
- Ela possibilita as tarefas de autenticação e sigilo;
- Pode tornar a troca de chaves simétricas segura.

Criptanálise

Decifração de uma mensagem cifrada, sem o códigos ou algoritmos empregados.

Um documento é dito seguro se:

- ▶ O custo para quebrar o texto cifrado excede ao valor da informação cifrada;
- ▶ O tempo requerido para quebrar o texto cifrado excede o tempo de vida útil da informação.

Várias técnicas são empregadas para tentar quebrar chaves, sendo a mais comum a de força bruta.

Segurança

- ▶ O RSA baseia-se da grande dificuldade dos computadores de fatorarem números grandes;
- ▶ Mesmo que se tenha o produto dos números primos (que faz parte da chave pública), é normalmente inviável fatorá-lo;
- ▶ Supondo um ataque de força bruta por computadores operando a 1 bilhão de instruções por segundo por 1 ano:
- ▶ Uma chave assimétrica de 512 bits necessitaria de 30 computadores;
- ▶ Uma chave assimétrica de 768 bits demandaria 200 mil desses computadores;
- ▶ Uma chave assimétrica de 1024 bits demandaria 300 milhões;
- ▶ Uma chave de 2048 bits exigiria 300 quadrilhões para ser quebrada.

Hash

- Significa "picar, misturar, confundir";
- É usada em conjunto com a criptografia assimétrica;
- Tem como finalidade computar um resumo de mensagem ao criar uma assinatura digital;
- É utilizada para garantir a integridade de um documento digital;
- Resumo da cadeia de bits da entrada;
- Unicamente identificável com aquela entrada;
- Tem a função parecida com a do dígito verificador do CPF.

Hash

Algumas das propriedades desta função são:

- ▶ Deve ser computacionalmente inviável fazer a operação inversa, ou seja, dado um resumo, deve ser inviável obter uma mensagem original;
- ▶ Duas mensagens semelhantes devem produzir um resumo completamente diferente;
- ▶ Deve ser fácil e rápido produzir o resumo.

Hash

- A função resumo pode ser utilizada para garantir a integridade de uma mensagem;
- Envia-se uma mensagem e o resumo da mensagem cifrada com a chave privada;
- O receptor decifra o resumo com a chave pública do remetente, depois calcula um novo resumo com base na mensagem recebida e compara os dois valores;
- Se forem iguais, a mensagem não foi alterada, garantindo-se dessa forma a sua integridade.

Certificados digitais

- Cenário: em uma transação bancária o banco lhe divulga a chave pública dele para que você passe para ele a sua chave simétrica (chave usada na comunicação, ou chave de sessão);
- A chave simétrica é criptografada pela chave pública (assimétrica) do banco;
- Assim, somente ele possuidor da chave privada poderá decifrá-la e a partir daí pode-se comunicar seguramente;
- Agora quem garante que aquela chave pública divulgada como se fosse a de um banco seja realmente dele?
- Para resolver isso entra os certificados digitais;
- É um documento eletrônico assinado digitalmente por uma autoridade certificadora, e que contém diversos dados sobre o emissor e o seu titular;
- A função do certificado digital é a de vincular uma pessoa ou uma entidade a uma chave pública.